

ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ИДЕНТИФИЦИРУЕМОСТЬ МЕХАНИЧЕСКИХ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ, ОСНОВАННАЯ НА МОДЕЛИ РАВНОМЕРНОГО ДВИЖЕНИЯ МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

Пузько И.Д., доц.

При исследовании и анализе механических систем применяют дискретные и непрерывные методы, основанные на использовании гармонических возбуждающих воздействий. В частности, находят применение методы анализа, базирующиеся на экспериментальном снятии амплитудно-частотных характеристик (АЧХ) исследуемых объектов [1].

При снятии АЧХ применяют методы: сканирования частоты возбуждающего испытуемый объект воздействия, одновременное возбуждение испытуемого объекта конечным числом гармонических сигналов с разными частотами, возбуждение случайным сигналом, имеющим характер белого или розового шума, детерминированной или случайной последовательностью импульсных сигналов разной формы, модулированных по амплитудным значениям, временному положению, полярности, площади и др [2].

Более достоверную информацию получают при использовании режимов сканирования частоты по сравнению с методами, основанными на использовании импульсной переходной функции исследуемого линейного объекта за счет обеспечения более высокого значения сигнал/помеха [2]. Снятие АЧХ методом сканирования частоты является распространенным. Усложнение такого метода основано на необходимости решения задачи оптимизации скорости сканирования частоты в смысле минимизации погрешности снятия АЧХ, т.е. минимального отличия динамического резонансного пика АЧХ относительно статического [2, 3].

Предложенный в работе метод идентифицируемости частот максимумов резонансных пиков основан не на принципе выбора оптимальной скорости сканирования частоты возбуждающего испытуемый объект воздействия в смысле минимизации погрешности отклонения частоты максимума динамического резонансного пика относительно частоты максимума статического, а на принципе возможности фиксации частот максимумов огибающих полуразмахов колебаний по крайней мере двух динамических резонансных пиков, соответствующих постоянным и разным скоростям сканирования частоты по линейному закону без учета строгого ограничения на максимальную скорость сканирования.

С одной стороны, приближенное вычисление интеграла Дюамеля за счет учета ограниченного числа слагаемых при разложении экспоненциального множителя подынтегрального выражения в ряд [4] позволяет получить замкнутое выражение для определения резонансной частоты статического резонансного пика [3].

С другой стороны, рассматривая в качестве модели режима сканирования частоты при наличии резонансных пиков АЧХ модель равномерного движения материальной точки, приходим к следующим соотношениям.

В предположении использования модели, основанной на законе равномерного движения материальной точки для k -го резонансного пика, имеет место формула

$$\omega_k = \omega_{0k} + V \text{sign} V \dot{t}_k, \quad (1)$$

где ω_k - резонансная частота динамического резонансного пика при скорости V сканирования;

ω_{0k} - резонансная частота статического резонансного пика;

t_k - текущее время.

При реализации режимов сканирования частоты ω со скоростями V_i, V_j ($V_i > V_j$) и условии

$\text{sign} V_i = \text{sign} V_j = 1$ при учете (1) имеем

$$\left. \begin{aligned} \omega_{ik} &= \omega_{0k} + V_i t_{ik}, \\ \omega_{jk} &= \omega_{0k} + V_j t_{jk}, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

где $t_{ik}(t_{jk})$ - промежуток времени сканирования частоты ω по диапазону $(\omega_{ik} - \omega_{0k})$ $(\omega_{jk} - \omega_{0k})$

частот со скоростью V_i (V_j) ;

ω_{ik} (ω_{jk}) - резонансная частота динамического резонансного пика, соответствующая резонансной

частоте ω_{0k} k -го статического резонансного пика при скорости V_i (V_j) сканирования частоты по диапазону частот.

В некотором ограниченном диапазоне изменения скорости сканирования

$$V_{min} \leq V \leq V_{max} \quad (3)$$

можно применять гипотезу линейного смещения резонансной частоты $\omega_{ik} \left(\varphi_{jk} \right)$ k -го динамического резонансного пика относительно резонансной частоты ω_{0k} k -го статического.

В предположении

$$t_{ik} \approx t_{jk} \approx t_k \quad (4)$$

из (2) получим

$$\omega_{0k} = \left(\varphi_{ik} V_j - \omega_{jk} V_i \right) / \left(V_j - V_i \right); \quad (5)$$

что соответствует соотношению, основанному на применении интеграла Дюамеля [5].

Представим (5) в виде

$$\left. \begin{aligned} \omega_{0k} &= \omega_{ik} - \left(\varphi_{jk} - \omega_{ik} \right) \left(V_i / \left(V_j - V_i \right) \right) \\ \omega_{0k} &= \omega_{jk} - \left(\varphi_{jk} - \omega_{ik} \right) \left(V_j / \left(V_j - V_i \right) \right) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Из физических соображений имеет место неравенство $\omega_{0k} > 0$, тогда из (5) следует система неравенств

$$\left. \begin{aligned} V_i \omega_{jk} - V_j \omega_{ik} &> 0 \quad \text{и} \quad \delta \text{è} V_i > V_j, \\ V_i \omega_{jk} - V_j \omega_{ik} &< 0 \quad \text{и} \quad \delta \text{è} V_j > V_i, \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

что соответствует системе неравенств:

$$\left. \begin{aligned} \left(V_i / V_j \right) > \left(\varphi_{ik} / \omega_{jk} \right) > 1 \quad \text{и} \quad \delta \text{è} V_i > V_j, \\ \left(V_i / V_j \right) < \left(\varphi_{ik} / \omega_{jk} \right) < 1 \quad \text{и} \quad \delta \text{è} V_i < V_j. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Из (8) следует система неравенств:

а) при $V_i > V_j$ имеет место неравенство

$$\left(\Delta V_i / V_i \right) > \left(\Delta \omega_i / \omega_i \right) \quad (9)$$

или

$$\left(\Delta \omega_i / \Delta V_i \right) > \left(\varphi_i / V_i \right); \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned} \Delta V_i &= V_i - V_j, \\ \Delta \omega_i &= \omega_i - \omega_j. \end{aligned}$$

В случае малых изменений скорости из (10) следует неравенство

$$\left(d\omega_i / dV_i \right) < \left(\varphi_i / V_i \right); \quad (11)$$

б) при $V_i < V_j$ имеют место неравенства, аналогичные (9), (10).

Из неравенств (9), (10), (11) следует утверждение.

Утверждение 1

а) при реализации режимов сканирования частоты возбуждающего механическую колебательную систему воздействия, по крайней мере, с двумя постоянными и разными скоростями сканирования в первом приближении относительное изменение скорости сканирования возбуждающего воздействия превышает относительное изменение резонансной частоты динамического резонансного пика;

б) при реализации режимов сканирования частоты возбуждающего механическую колебательную систему воздействия, по крайней мере, с двумя постоянными и разными скоростями сканирования в первом приближении производная резонансной частоты динамического резонансного пика по скорости сканирования не превышает среднее изменение резонансной частоты динамического резонансного пика в зависимости от скорости сканирования.

Из (1) при условии $\text{sign} V_i = \text{sign} V_j = -1$ имеют место соотношения:

$$\left. \begin{aligned} \omega_{0k} &= \omega_{ik} + \left(\varphi_{jk} - \omega_{ik} \right) \left(V_i / \left(V_i - V_j \right) \right) \\ \omega_{0k} &= \omega_{jk} + \left(\varphi_{jk} - \omega_{ik} \right) \left(V_j / \left(V_i - V_j \right) \right) \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Из (1) при условиях

$$\text{sign} V_i = 1, \quad \text{sign} V_j = -1 \quad \text{или} \quad \text{sign} V_i = -1, \quad \text{sign} V_j = 1 \quad (13)$$

или в более общем виде

$$\text{sign}(\text{sign} V_i \text{sign} V_j) = -1 \quad (14)$$

имеют место соотношения:

$$\left. \begin{aligned} \omega_{ik} &= \omega_{0k} + V_i t_{ik}, \\ \omega_{jk} &= \omega_{0k} - V_j t_{jk}. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

В предположении

$$t_{ik} \cong t_{jk} = t_k. \quad (16)$$

Из (15) имеем

$$\omega_{0k} = \frac{V_j \omega_{ik} + V_i \omega_{jk}}{V_j + V_i} \quad (17)$$

Представим (17) в двух формах:

$$\left. \begin{aligned} \omega_{0k} &= \omega_{jk} + \frac{\omega_i - \omega_j}{V_i + V_j} V_j \\ \omega_{0k} &= \omega_{ik} - \frac{\omega_i - \omega_j}{V_i + V_j} V_i \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Полученные соотношения (5), (18) позволяют определить резонансную частоту ω_{0k} k -го статического резонансного пика в зависимости от двух скоростей V_i , V_j сканирования частоты возбуждающего испытуемый объект воздействия в явном виде. Такой алгоритм при его технической реализации создает дополнительные схемотехнические усложнения в эксплуатации, так как приводит к необходимости изменять режим работы усилительных блоков при изменении скоростей V_i , V_j .

Приведем алгоритм, обеспечивающий определение частоты ω_{0k} , которая в явном виде не зависит от скоростей V_i , V_j сканирования частоты ω по диапазону частот.

При реализации двух режимов сканирования частоты ω со скоростями V_i , V_j и условия $\text{sign} V_i = \text{sign} V_j = 1$ при учете (1) имеем систему уравнений

$$\left. \begin{aligned} \omega_{ik}^+ &= \omega_{0k}^+ + V_i t_{ik}^+, \\ \omega_{jk}^+ &= \omega_{0k}^+ - V_j t_{jk}^+. \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

При реализации двух режимов сканирования частоты ω со скоростями V_i , V_j и условия $\text{sign} V_i = \text{sign} V_j = -1$ при учете (1) имеем систему уравнений

$$\left. \begin{aligned} \omega_{ik}^- &= \omega_{0k}^- + V_i t_{ik}^-, \\ \omega_{jk}^- &= \omega_{0k}^- - V_j t_{jk}^-. \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

В предположении

$$t_{ik}^+ \cong t_{jk}^+ = t_k^+, \quad t_{ik}^- \cong t_{jk}^- = t_k^-. \quad (21)$$

Из (2), (20) при учете (21) имеем

$$t_k^+ = \frac{\omega_{ik}^+ - \omega_{jk}^+}{V_i - V_j} \quad (22)$$

$$t_k^- = \frac{\omega_{jk}^- - \omega_{ik}^-}{V_i - V_j} \quad (23)$$

Подставляя (22), например, в первое уравнение (2), а (23) - в первое уравнение (20) и исключая из этих уравнений V_i , V_j , получим формулу для определения резонансной частоты ω_{0k} k -го статического резонансного пика, исключаящую зависимость ω_{0k} от скоростей сканирования частоты ω при условии $\omega_{0k}^- \cong \omega_{0k}^+$:

$$\omega_0 \cong \frac{\omega_{ik}^+ \omega_{jk}^- - \omega_{jk}^+ \omega_{ik}^-}{\omega_{ik}^+ + \omega_{jk}^- - \omega_{jk}^+ - \omega_{ik}^-} \quad (24)$$

Приведенные соотношения (5), (17), (24) для определения ω_{0k} , основанные на законе равномерного движения материальной точки, и соотношения, полученные при приближенном вычислении интеграла Дюамеля [3, 5], позволяют сформулировать следующие утверждения.

Утверждение 2. Резонансная частота явно выраженного k -го статического резонансного пика в первом приближении моделируется и определяется законом равномерного движения материальной точки.

Утверждение 3. Для определения резонансной частоты при моделировании законом равномерного прямолинейного движения материальной точки необходимо и достаточно реализации, по крайней мере, с двумя конечными и разными скоростями V_i, V_j сканирования частоты при фиксации и запоминания двух частот максимумов огибающих полуразмахов колебаний динамических резонансных пиков, соответствующих скоростям V_i, V_j сканирования частоты.

Утверждение 4. Для определения резонансной частоты статического резонансного пика методом сканирования частоты возбуждения необходимо и достаточно реализации, по крайней мере, двух режимов сканирования со скоростями V_i, V_j при выполнении одного из условий:

- 1) $\text{sign } V_i = \text{sign } V_j = 1$ или $\text{sign } V_i = \text{sign } V_j = -1$;
- 2) $\text{sign } V_i = 1, \text{sign } V_j = -1$ или $\text{sign } V_i = -1, \text{sign } V_j = 1$.

Утверждение 5. Для определения резонансной частоты ω_{0k} явно выраженного k -го статического резонансного пика при реализации режимов сканирования частоты при неявной зависимости ω_{0k} от значений скоростей сканирования необходимо и достаточно введение, по крайней мере, двух скоростей сканирования при выполнении двух условий: $\text{sign } V_i = \text{sign } V_j = 1, \text{sign } V_i = \text{sign } V_j = -1$.

Таким образом, в статье показана эквивалентность подходов параметрической идентифицируемости резонансных частот механических колебательных систем, основанных на приближенном вычислении интеграла Дюамеля, при использовании режимов сканирования частоты и применении модели равномерного движения материальной точки.

SUMMARY

Method of identification of resonant peaks of the amplitude-frequency characteristics, based on the model of a material point equal movement is considered. The statements proving the opportunities of application of such method are formulated. The formulas for definition of parameters are reserved.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Божко А.Е., Личкастый Е.А., Полищук О.Ф. и др. Резонансные виброиспытательные системы/ Под ред. Божко А.Е.; АН Украины, Ин-т проблем машиностроения.-Киев: Наук. думка, 1992.-248с.- ISBN - 5 12 - 002956 - 6.
2. Абрамович С.В., Климантов В.А., Масол А.Н., Райхман С.Р., Дехтяренко П.И. Определение частотных характеристик динамических объектов с использованием дискретной техники // Кибернетика и вычисл. техника. - 1989. - Вып. 83. - С. 64-70.
3. Харкевич А.А. Спектры и анализ. - М.: Физматгиз, 1962. - 236 с.
4. Вакман Д.Е. Асимптотические методы в линейной радиотехнике. - М.: Сов. радио, 1962. - 248 с.
5. Пузько И.Д., Хворост В.А. Идентификация колебательных систем методом сканирования частоты // Вест. СумГУ, 1996. - №1(5). - С. 50-56.